Série 4

Exercice 4.1

D'amplitude maximale F et de période T (pulsation ω), la force extérieure $f(t)$ représentée par la Figure 4.1.1 ci-dessous agit sur un oscillateur élémentaire en régime permanent de masse m, de rigidité k et de résistance c.

Chercher le spectre de $f(t)$, puis celui de la réponse $x(t)$ de l'oscillateur dans les deux cas suivants ($\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ pulsation propre du système conservatif associé, $\eta = \frac{c}{2m\omega_0}$ amortissement relatif) :

a) $\omega = 0.9\,\omega_0 \qquad \eta = 0.02$

b) $\omega = 0.2\,\omega_0 \qquad \eta = 0.02$

Indications supplémentaires :

- Veuillez à bien étudier les fonctions avant d'effectuer les intégrales de Fourier. N'hésitez pas à tracer les graphes des fonctions à intégrer pour identifier des symétries ou périodicités. On peut également intégrer les termes de Fourier sur d'autres intervalles tels que $[-T/2\,, T/2]$ si besoin.
- $\int x \sin(ax)\,dx = -\frac{x\cos(ax)}{a} + \frac{\sin(ax\}}{a^2}$ et $\sin(n\pi/2) = (-1)^{\frac{n-1}{2}}$ pour n impair

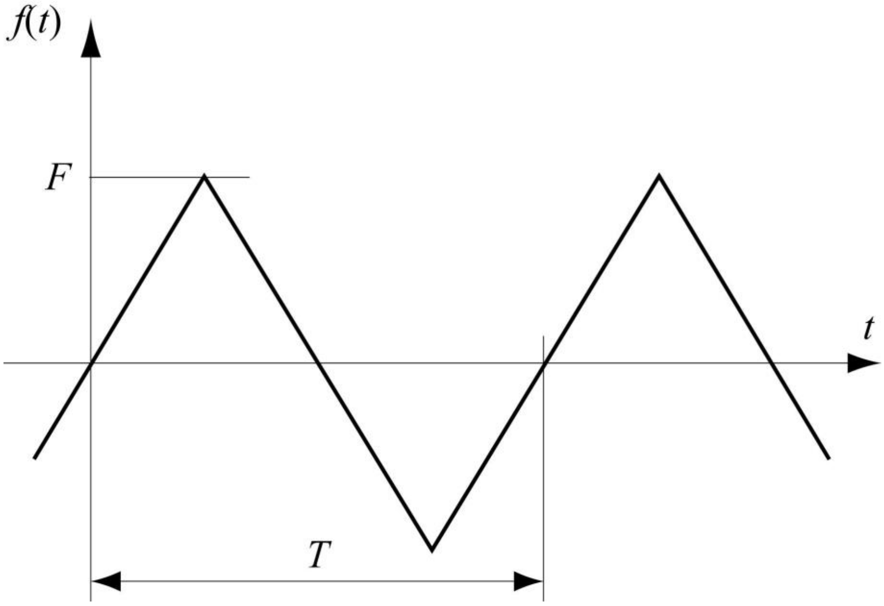

Figure 4.1.1 | Force extérieure f en fonction du temps.

Problème 4.2

On impose au point A de l'oscillateur élémentaire de rigidité k et de résistance c représenté par la figure un déplacement $y(t)$ périodique quelconque de période $T = 2\pi/\omega$ En régime permanent, le déplacement $x(t)$ de la masse m est également périodique.

Chercher une relation générale entre les amplitudes X_n et Y_n de rang n des deux déplacements. Etudier et représenter le résultat.

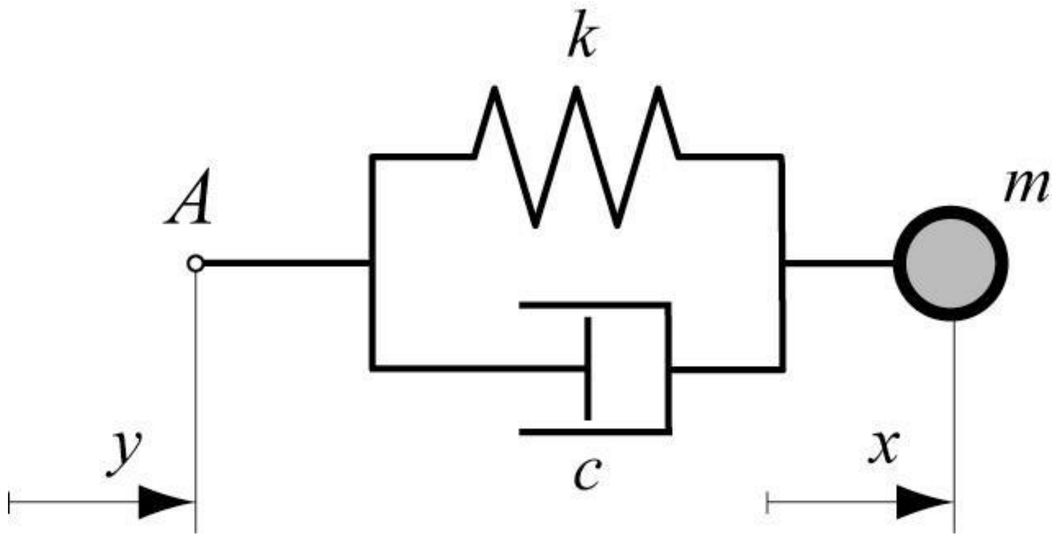

Figure 4.2.1 | Schéma de l'oscillateur.

Indications supplémentaires :

- Repartez des définitions de l'expansion en série de Fourier de $x(t)$ et $y(t)$ et de l'équation du mouvement du système.